الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2017

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور ميزانية الإشهار بالمليون دينار لمؤسسة اقتصادية من سنة 2009 الى سنة 2016.

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i بالمليون دينار	0,4	0,45	0,5	0,56	0,63	0,68	0,75	0,83

1) مثّل سحابة النقط $M(x_i;y_i)$ في معلم متعامد .

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100000 DA على محور التراتيب)

2) جد إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ثم علّمها.

3) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربعات الدّنيا هي: $y=0,06x+0,33$ ، (النتائج تدور الى 10^{-2})

ثم ارسم المستقيم (Δ) في المعلم السابق.

4) أ) باستعمال التعديل الخطي السابق قدّر الميزانية المتوقعة سنة 2020.

ب) ابتداء من أي سنة تتجاوز هذه الميزانية 1200000 DA .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

2) (v_n) المتتالية المعرّفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=3-u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم عيّن حدها الأول .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=3(n-1)+2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزّعين على ثلاث شعب هي:

شعبة الآداب والفلسفة (L)، شعبة العلوم التجريبية (S) ، شعبة التسيير والاقتصاد (G)

47% من المترشحين ذكور (M) والباقي اناث (F) .

من بين الذكور يوجد 35% في شعبة العلوم التجريبية و 49% في شعبة الآداب والفلسفة.

من بين الإناث يوجد 10% في شعبة التسيير والاقتصاد و 37% في العلوم التجريبية .

نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز.

1) انجز شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:

A " المترشح المختار انثى ومن شعبة التسيير والاقتصاد" .

B " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد " .

C " المترشح المختار انثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد" .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+3\ln x-3$

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g.

2) بيّن أنّ: المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40<\alpha<1,41$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-\dfrac{3\ln x}{x}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

3) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) . (يعطى $f(\alpha)\simeq 1,68$)

6) أ) بيّن أنّ الدالة h حيث $h(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=1$ ، $x=e$ و $y=x+1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2010 الى سنة 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1
$z_i = \ln y_i$					

1) عيّن إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$.

2) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;y_i)$.

بيّن أنّ $a = 2,63$ ثم أحسب قيمة b .

3) أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه . (تدور النتائج الى 10^{-2})

ب) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي: $z = 0,07x + 3,46$.

4) من بين التعديلين السابقين، ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017 ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الاول $u_0 = 2$ ومن أجل كل n طبيعي ، $u_{n+1} = 3u_n - 2$

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة بـ : من أجل كل n طبيعي ، $v_n = u_{n+1} - u_n$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عين v_n بدلالة n ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$.

أ) احسب S_n بدلالة n.

ب) بيّن أنّ: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = S_n + u_0$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجريت دراسة إحصائية حول العلاقة بين استعمال الانترنت وامتلاك جهاز حاسوب في مدينة ما، فكانت النتائج كما يلي: 80% من سكان هذه المدينة يملكون جهاز حاسوب.

90% من سكان هذه المدينة الذين يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

60% من سكان هذه المدينة الذين لا يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة .

يرمز **A** إلى الحادثة : "الشخص المختار يملك جهاز حاسوب" .

يرمز **B** إلى الحادثة : "الشخص المختار يستعمل الانترنت" .

1) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2) أ) بيّن أنّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي $0,20$.

ب) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟

ج) ما احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟

3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت.

4) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{e^x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$ وفسر بيانيا النتائج المحصل عليها .

ب) احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x)=\frac{1}{2}e^x+\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1$.

4) عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=f(x)-\frac{9}{4}(x-\ln 3)-1$.

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

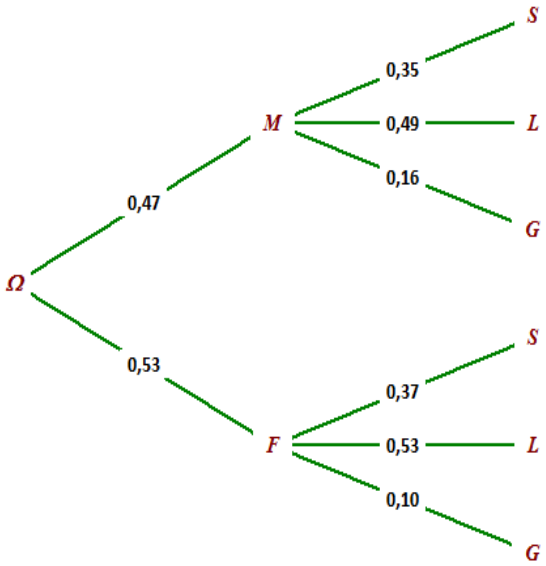
أ) احسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

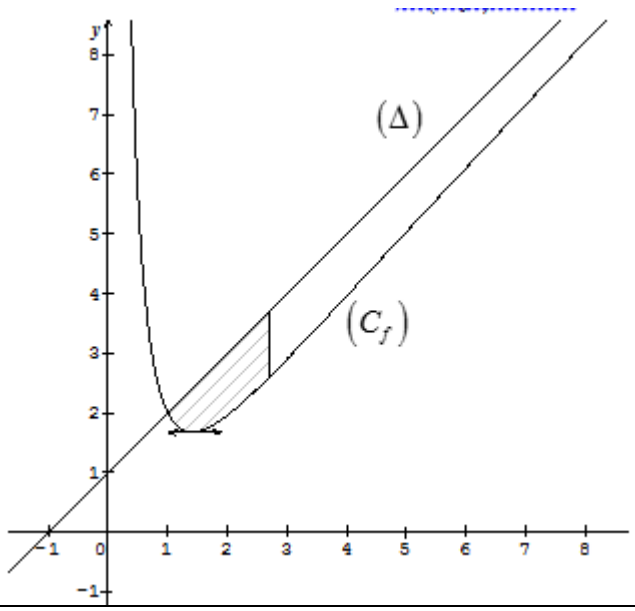
ب) ادرس على المجال $]0;+\infty[$ وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المماس (T)، ثم فسّر ذلك بيانيا .

6) احسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم المماس (T) و (C_f) على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$.

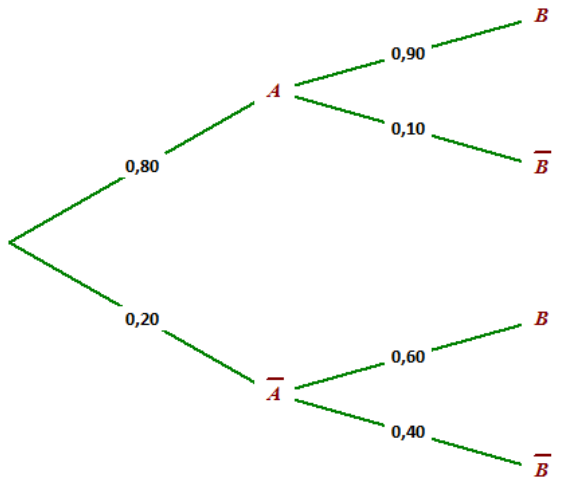
انتهى الموضوع الثاني

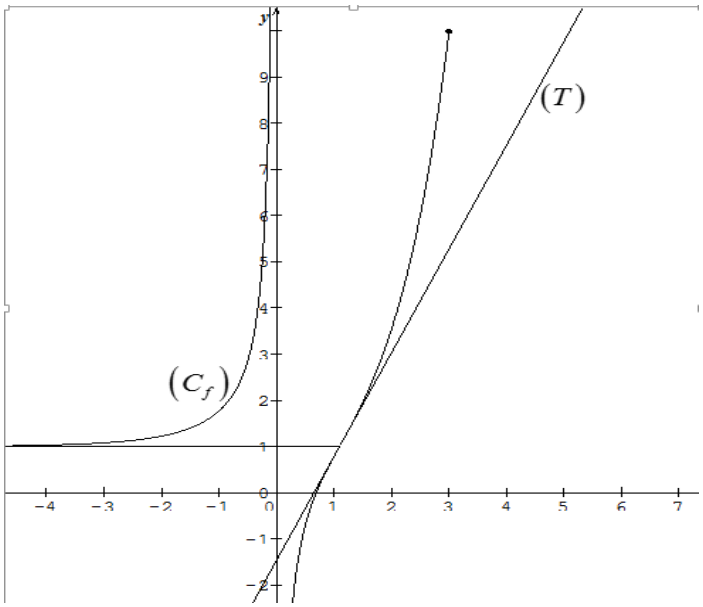
الموضـــــــــــــــوع الأول		
التمرين الأول (04 نقاط) :		
1- تمثيل سحابة النقط	0.50	0.50
2- إحداثيات النقطة المتوسطة $G(4,5;0,6)$ تعليم النقطة G	01 0.25	1.25
3- معادلة مستقيم الانحدار هي $y=0,06x+0,33$ لأن $a=0.06$ $b=0.33$ رسم المستقيم (Δ)	 0.75 0.25 0.25	1.25
4- أ) تقدير الميزانية المتوقعة سنة 2020 هي 1050000 DA ب) تتجاوز الميزانية 1200000 DA ابتداء من السنة 15 أي سنة 2023	0.50 0.50	01
التمرين الثاني (04 نقاط):		
1- أ) اثبات بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<3$. ب) اثبات ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما $u_{n+1}-u_n=-\frac{2}{3}(u_n-3)>0$ بما ان المتتالية محدودة من اعلى ومتزايدة تماما فهي متقاربة	01 0.75 0.50	2.25
2- أ) بيان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ تعيّن حدها الأول $v_0=3-u_0=4$ ب) نبين أن: من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=3(n-1)+2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.	0.75 0.25 0.75	1.75

		التمرين الثالث: (04 نقاط)
01	01	1- انجاز شجرة الاحتمالات 
03	01 01 01	2- $p(A)=0,053$ $p(B)=0.53\times0.10+0.47\times0.16=0.1282$ $p(C)=p_G(F)=\dfrac{p(F\cap G)}{p(G)}=0.4134$
		التمرين الرابع: (08 نقاط)
0.75	0.50 0.25	I) 1) عبارة المشتقة : الدالة g تقبل الاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=2x+\dfrac{3}{x}$ بما أن : $g'(x)>0$ على المجال $]0;+\infty[$ فأن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$
01	0.50 0.50	2) بيان انّ: المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40<\alpha<1,41$ استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
1.25	0.50 0.25 0.50	II) 1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)=+\infty$ التفسير البياني : المنحني يقبل مقاربا معادلته $x=0$ ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
0.50	0.50	2) بيان أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.
01	0.25 0.25	3) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f

	0.50	تشكيل جدول تغيراتها $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty \end{array}$
1.25	0.50 0.75	4) أ) بيان أنّ المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f). ب) دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).
01	0.25 0.75	5) انشاء المستقيم (Δ) والمنحن (C_f) . 
1.25	0.50 0.25 0.25 0.25	6) أ) بيان أنّ الدالة h أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$. ب) مساحة الحيز المستوي $S = \int_1^e \frac{3\ln x}{x} dx$ $S = \left[\frac{3}{2}(\ln x)^2\right]_1^e$ $S = \frac{3}{2} u.a$

	الموضـــــــــــوع الثاني	
	التمرين الأول: (04 نقاط)	
01	0.25 0.75	**1)** $\overline{X}=3$ $\overline{Y}=39,22$ ومنه $G(3\ ;39,22)$
01	0.75 0.25	**2)** بيان أنّ $a=2,63$ $b=31,33$
1.25	0.50 0.50 0.25	**3)** أ) اكمال السطر الأخير من الجدول ب) بيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $z=0,07x+3,46$. $a=0,07$ $b=3,46$
0.75	 0.25 0.25 0.25	**4)** التعديل الذي يعطي اكبر نسبة نجاح : رتبة السنة 2017 هي 8 $y=2,63\times 8+31,33=52,37$ اما التعديل الثاني يعطي $z=0,07\times 8+3,46=4.02$ ومنه $y=e^{4,02}=55,77$ ومنه التعديل الذي يعطي اكبر نسبة هو التعديل اللوغاريتمي
	التمرين الثاني: (04 نقاط)	
01	0.75 0.25	**1)** حساب الحدود $u_1=4$ ، $u_2=10$ ، $u_3=28$ التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماما .
1.75	0.50 0.25 0.50 0.50	**2)** أ) بيان أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 تعيين حدها الأول $v_0=u_1-u_0=2$. ب) v_n بدلالة n : $v_n=2\times 3^n$ استنتاج أن المتتالية (u_n) متزايدة .
1.25	0.50 0.50 0.25	**3)** أ) احسب S_n بدلالة n . ب) بيان أنّ: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=S_n+u_0$ استنتاج عبارة u_n بدلالة n . $u_n=3^n+1$
	التمرين الثالث: (04 نقاط)	
		1) انجاز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

0.75	0.75	
02	0.25 01 0.75	**2)** أ) بيان أنّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي $1-0.8=0.20$ ب) احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو: $p(A\cap B)=p(A)\times p_A(B)=0.80\times 0.90=0.72$ ج) احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو: $p(\bar{A}\cap B)=p(\bar{A})\times p_{\bar{A}}(B)=0.20\times 0.60=0.12$
0.50	0.50	**3)** احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت هو : $p(B)=p(A\cap B)+p(\bar{A}\cap B)=0.84$
0.75	0.75	**4)** احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت هو: $p_B(A)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}=\dfrac{0.72}{0.84}=0.86$
1.75	3×0.25 2×0.25 0.50	**التمرين الرابع: (08 نقاط)** 1) أ) حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$ التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهما $x=0$ ، y=1 ب) حساب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
1.50	0.50 0.25 0.25	2) أ) بيان أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x)=\dfrac{1}{2}e^x+\dfrac{e^x}{(e^x-1)^2}$ **ب)** من اجل كل x من D_f ، $f'(x)>0$ ومنه f متزايدة تماما على مجالي D_f

<table>
<tr><td></td><td>0.50</td><td>جدول التغيرات.
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>‖</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>1</td><td>↗</td><td>$+\infty$ ‖ $-\infty$</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>1.25</td><td>0.25
0.25
0.75</td><td>3) دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ)
$f(x)-1=\dfrac{e^x(e^x-3)}{e^x-1}$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$ln3$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)-1$</td><td>$+$</td><td>‖</td><td>$-$ 0</td><td>$+$</td></tr>
</table>
(C_f) فوق (Δ) لما $x\in]-\infty;0[\cup]\ln 3;+\infty[$
(C_f) تحت (Δ) لما $x\in]0;\ln 3[$
$(C_f)\cap(\Delta)=\{I(\ln 3;1)\}$</td></tr>
<tr><td>0.50</td><td>0.50</td><td>4) عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_f) : $(T): y=\dfrac{9}{4}x-\dfrac{9}{4}\ln 3+1$</td></tr>
<tr><td>1.75</td><td>0.25
0.50
0.50
0.50</td><td>5) أ) $g(\ln 3)=0$
استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>$ln3$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>‖ $-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
</table>
ب) دراسة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المماس (T)،
التفسير البياني المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\Omega(\ln 3;1)$</td></tr>
</table>

	0.25	6) احسب $f(\ln 2)$
01.25	0.25	رسم المماس (T)
	0.75	رسم (C_f) على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$.